

## Solide en translation

**Définition : Solide en translation**

Un solide est dit *en translation* dans un référentiel  $\mathcal{R}$  si à chaque instant tous les points qui le constituent ont le *même vecteur vitesse*.

## Solide en rotation autour d'un axe fixe

**Définition : Solide en rotation autour d'un axe fixe**

Un solide  $\mathcal{S}$  est dit *en rotation autour d'un axe*  $\Delta$  *fixe* dans un référentiel  $\mathcal{R}$  si le solide reste *lié* à l'axe  $\Delta$  au cours de son mouvement.

## Vitesse angulaire

**Définition : Vitesse angulaire**

Le mouvement de tout point  $M$  d'un *solide*  $\mathcal{S}$  *en rotation autour d'un axe fixe*  $\Delta$  est *circulaire* autour de l'axe  $\Delta$ . Il existe de plus une pulsation  $\omega(t)$  commune à tous les points  $M$ , nommée *vitesse angulaire de rotation autour de l'axe*  $\Delta$  et telle que le vecteur vitesse est donné, à chaque instant  $t$ , par :

$$\vec{v}(M)(t) = r_M \omega(t) \vec{e}_{\theta M},$$

avec :

- $\vec{e}_{\theta M}$  le vecteur orthoradial des coordonnées cylindriques d'axe  $\Delta$ ,
- $r_M$  la distance de  $M$  à l'axe  $\Delta$ , constante,
- et  $\omega(t)$  la *vitesse angulaire*, indépendante de  $M$ .

## Moment cinétique par rapport à un point

**Définition : Moment cinétique par rapport à un point**

Soit un point matériel de masse  $m$  de position  $M$  dans un référentiel  $\mathcal{R}$ , animé d'une quantité de mouvement  $\vec{p}_{\mathcal{R}} = m\vec{v}_{\mathcal{R}}(M)$  par rapport à  $\mathcal{R}$  et  $O$  un point de  $\mathcal{R}$ . On *nomme moment cinétique par rapport à  $O$  dans  $\mathcal{R}$* , noté  $\vec{\sigma}_{\mathcal{R}/O}(M)$  le vecteur :

$$\vec{\sigma}_{\mathcal{R}/O}(M) = \vec{OM} \wedge \vec{p}_{\mathcal{R}} = m\vec{OM} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}}.$$

**Cas d'un mouvement plan**

Dans le cas d'un mouvement dans un plan  $\mathcal{P}$  orthogonal à  $\vec{e}$  dans lequel les angles sont orientés par  $\vec{e}$ , on a :

$$\vec{\sigma}_{/O}(M) = mr^2 \dot{\theta} \vec{e}.$$

## D'un point matériel par rapport à un axe orienté

**Définition : Moment cinétique par rapport à un axe orienté**

Soit un point matériel de masse  $m$  de position  $M$  dans un référentiel  $\mathcal{R}$ ,  $\Delta$  un axe orienté par  $\vec{e}$  unitaire et  $O$  un point quelconque de  $\Delta$ . On *nomme moment cinétique par rapport à l'axe*  $\Delta$  le scalaire  $\sigma_{/\Delta}(M) = \vec{\sigma}_{/O}(M) \cdot \vec{e}$ .

**Indépendance du point choisi**

Le moment cinétique par rapport à l'axe  $\Delta$  est *indépendant du point*  $O$  le long de l'axe  $\Delta$  choisi pour sa définition.

## Cas d'un mouvement plan

**Coordonnées cylindriques**

On peut écrire :

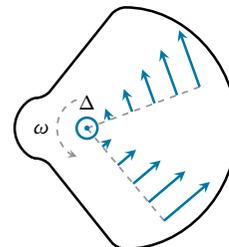
$$\sigma_{/\Delta}(M) = mr^2 \dot{\theta}.$$

**Purement géométrique : paramètre d'impact**

La valeur absolue de  $\sigma_{/\Delta}(M)$  peut s'écrire :

$$|\sigma_{/\Delta}(M)| = m v b,$$

avec  $v$  le module de la vitesse et  $b$  le **paramètre d'impact**, c'est-à-dire la distance à laquelle  $M$  passerait de l'axe  $\Delta$ , si sa trajectoire était rectiligne dirigée par le vecteur  $\vec{v}(M)$ .

**Moment cinétique d'un système****Définition : Moment cinétique d'un système**

On définit le moment cinétique par rapport à un point d'un système de points matériels comme la somme des moments cinétiques de chacun des points matériels qui le constituent.

$$\overrightarrow{\sigma_{\mathcal{R}/O}(\mathcal{S})} = \sum_{i=1}^N \overrightarrow{\sigma_{\mathcal{R}/O}(M_i)} = \sum_{i=1}^N \overrightarrow{OM_i} \wedge \overrightarrow{p_{\mathcal{R}}}(M_i).$$

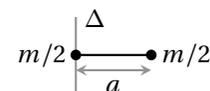
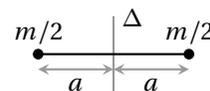
Déterminer le moment cinétique par rapport à un axe orienté  $\Delta$  d'un ensemble de trois points matériels  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$  :

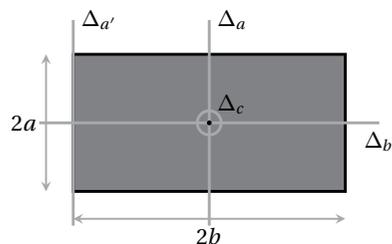
- $M_1$  décrivant un mouvement circulaire uniforme de rayon  $R_1$  à la vitesse  $v_1$  dans le sens direct autour de  $\Delta$  dans un plan orthogonal à  $\Delta$  noté  $\mathcal{P}$ ,
- $M_2$  décrivant un mouvement circulaire uniforme de rayon  $R_2$  à la vitesse  $v_2$  dans le sens indirect autour de  $\Delta$  dans le même plan  $\mathcal{P}$ ,
- $M_3$  décrivant un mouvement rectiligne uniforme de vitesse  $v_3$  dans le même plan  $\mathcal{P}$ , la distance entre la droite de sa trajectoire et  $\Delta$  étant  $R_3$ .

**Moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe fixe****Définition : Moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe fixe**

Soit un solide  $\mathcal{S}$  en rotation dans un référentiel  $\mathcal{R}$  à la vitesse angulaire  $\overrightarrow{\omega_{\mathcal{R}}} = \omega_{\mathcal{R}} \vec{e}$  autour d'un axe  $\Delta$  fixe dans  $\mathcal{R}$ , orienté par un vecteur unitaire  $\vec{e}$ . Le moment cinétique par rapport à l'axe  $\Delta$  est proportionnel à  $\omega_{\mathcal{R}}$  et on nomme **moment d'inertie par rapport à l'axe  $\Delta$** , notée  $J_{\Delta}$ , la constante telle que :

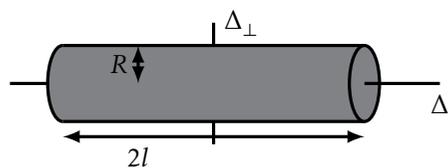
$$\sigma_{\mathcal{R}/\Delta}(\mathcal{S}) = J_{\Delta} \omega_{\mathcal{R}}.$$

**Exemples de moments d'inertie**



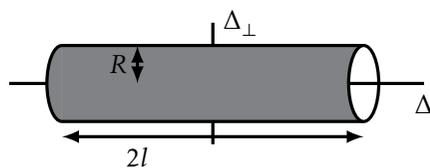
parallélépipède rectangle  
2a × 2b × 2c, uniforme

- $J_{\Delta_a} = m(b^2 + c^2)/3$
- $J_{\Delta_{a'}} = m(4b^2 + c^2)/3$
- $J_{\Delta_b} = m(a^2 + c^2)/3$
- $J_{\Delta_c} = m(a^2 + b^2)/3$
- $J_{\Delta_x}$  maximal quand les masses s'éloignent le plus de  $\Delta_x$
- $J_{\Delta_x}$  ne fait pas intervenir la dimension selon  $\Delta_x$



cylindre plein uniforme

$$J_{\Delta} = \frac{1}{2}mR^2 \quad J_{\perp} = \frac{mR^2}{4} + \frac{ml^2}{3}$$



cylindre creux uniforme

$$J_{\Delta} = mR^2 \quad J_{\perp} = \frac{1}{2}mR^2 + \frac{ml^2}{3}$$

**Définition**

**Définition : Moment d'une force par rapport à un point**

Soit un point matériel de position  $M$ , soumis à une force  $\vec{F}$  et  $O$  un point quelconque. On nomme **moment par rapport à  $O$  de la force  $\vec{F}$**  le vecteur  $\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F}$ .

**Définition**

**Définition : Moment d'une force par rapport à un axe orienté**

Soient :

- $\Delta$  un axe orienté par un vecteur  $\vec{e}$ ,
- un point matériel de position  $M$ , soumis à une force  $\vec{F}$ ,
- et  $O$  un point quelconque de  $\Delta$ .

On nomme **moment de la force  $\vec{F}$  par rapport à  $\Delta$**  le scalaire  $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) \cdot \vec{e}$

**Indépendance du point de calcul**

Le moment de la force  $\vec{F}$  par rapport à l'axe  $\Delta$  est **indépendant du point  $O$**  le long de l'axe  $\Delta$  choisi pour sa définition.

**Bras de levier**

**Définition : Bras de levier**

Soit  $\vec{F}$  une force et  $\Delta$  un axe orienté. On définit  $\vec{F}_{\perp}$  la composante de  $\vec{F}$  orthogonale à  $\Delta$ .

On nomme « bras de levier » par rapport à un axe  $\Delta$  d'une force  $\vec{F}$  exercée sur un point matériel de position  $M$  la distance  $d = HH'$  entre

- l'axe  $\Delta$ ,
- et la droite  $D = (M, \vec{F}_{\perp})$

On a alors :

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = \begin{cases} +F_{\perp}d & \text{si } \vec{F} \text{ tend à faire tourner le PM autour de } \Delta \text{ dans le sens positif défini par } \vec{e} \\ -F_{\perp}d & \text{si } \vec{F} \text{ tend à faire tourner le PM autour de } \Delta \text{ dans le sens négatif} \end{cases}$$

**Exercice**

1. On place une masse  $m$  sur une brouette, à la distance  $d$  de l'axe des roues. On cherche à soulever la brouette en exerçant une force  $F$  sur l'extrémité des poignées situées à la

distance  $D$  de ce même axe. Comparer les moments du poids de la masse  $m$  et de la force  $F$  et commenter.

- Justifier la position des poignées de porte, sur le côté opposé à l'axe de rotation.

### Moment résultant des forces

#### Définition : Moment résultant d'un système de forces

Le **moment résultant d'un système de  $N$  forces**  $\{\vec{F}_i\}_{i=1..N}$  appliquées en différents points  $\{P_i\}_{i=1..N}$  d'un objet est la somme des moments des différentes forces.

On notera  $\mathcal{M}_{/O}$  un moment par rapport à un point :

$$\vec{\mathcal{M}}_{/O} = \sum_{i=1}^N \mathcal{M}_{/O}(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^N \overrightarrow{OP_i} \wedge \vec{F}_i.$$

On notera  $\mathcal{M}_{/\Delta}$  un moment par rapport à un axe orienté  $\Delta$  de vecteur unitaire directeur  $\vec{e}$  :

$$\mathcal{M}_{/\Delta} = \sum_{i=1}^N \mathcal{M}_{/\Delta}(\vec{F}_i) = \vec{e} \cdot \left( \sum_{i=1}^N \overrightarrow{OP_i} \wedge \vec{F}_i \right),$$

avec  $O$  un point quelconque de l'axe  $\Delta$ .

### Couple

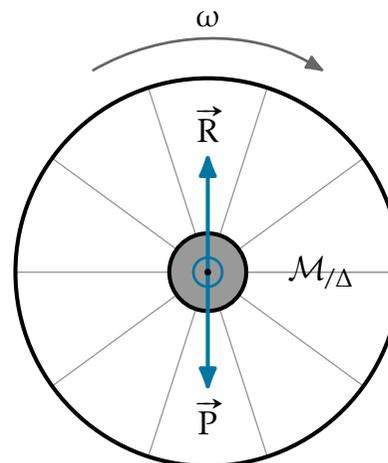
#### Définition : Couple d'un système de forces

On nomme **couple** un système de forces dont la force résultante est nulle mais dont le moment résultant en un point  $O$  quelconque, noté  $\vec{\mathcal{C}}$ , est non nul.

#### Indépendance du point de calcul

Le moment d'un couple est indépendant du point par rapport auquel on le calcule.

### Actions sur un solide

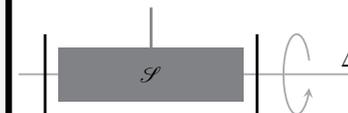


Roue avant d'un vélo retourné sur sa selle

### Liaison pivot

#### Définition : Liaison pivot

Une liaison pivot est un dispositif mécanique **permettant la rotation** d'un objet autour d'un axe fixe tout en **empêchant la translation** selon ce même axe.



### Par rapport à un point

#### Théorème : du moment cinétique par rapport à un point de vitesse nulle

Soit un point matériel de masse  $m$  de position  $M$  dans un référentiel  $\mathcal{R}_g$  galiléen et  $O$  un point **de vitesse nulle** de  $\mathcal{R}_g$ .

La dérivée par rapport au temps dans  $\mathcal{R}_g$  du moment cinétique en  $O$  du point matériel est égale au moment en  $O$  de la résultante  $\vec{F}$  des forces qui lui sont appliquées :

$$\left( \frac{d\vec{\sigma}_{/O}(M)}{dt} \right)_{\mathcal{R}_g} = \vec{\mathcal{M}}_{/O}(\vec{F})$$

## Par rapport à un axe fixe

**Théorème : du moment cinétique (axe de vitesse nulle)**

Soit un point matériel de masse  $m$  de position  $M$  dans un référentiel  $\mathcal{R}_g$  galiléen et  $\Delta$  un axe de vitesse nulle de  $\mathcal{R}_g$ .

La dérivée par rapport au temps dans  $\mathcal{R}_g$  du moment cinétique par rapport à  $\Delta$  du point matériel est égale au moment en  $\Delta$  de la résultante  $\vec{F}$  des forces qui lui sont appliquées :

$$\left( \frac{d\sigma_{/\Delta}(M)}{dt} \right)_{\mathcal{R}_g} = \mathcal{M}_{/\Delta}(\vec{F}).$$

## Actions intérieures et extérieures

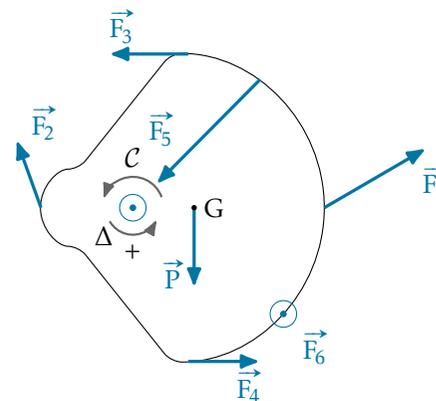
**Loi du moment cinétique par rapport à un point fixe**

Soit  $\mathcal{S}$  un système non ponctuel *fermé* et  $O$  un point *fixe* d'un référentiel  $\mathcal{R}_g$  galiléen.

La dérivée par rapport au temps dans  $\mathcal{R}_g$  du moment cinétique par rapport à  $O$  dans  $\mathcal{R}_g$  du système est égale au moment résultant par rapport à  $O$  des seules forces *extérieures* qui lui sont appliquées :

$$\left( \frac{d\vec{\sigma}_{\mathcal{R}_g/O}(\mathcal{S})}{dt} \right)_{\mathcal{R}_g} = \vec{\mathcal{M}}_{\text{ext}/O}.$$

## Exercice



1. Déterminer graphiquement les bras de leviers par rapport à l'axe  $\Delta$  des différentes forces appliquées sur le solide en rotation ci-contre.
2. En déduire l'expression du moment résultant qui lui est appliqué.
3. Que peut-on dire de l'action des forces  $\vec{F}_3$  et  $\vec{F}_4$ .

## Solide en rotation autour d'un axe fixe

**Théorème : du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe**

Soit  $\mathcal{S}$  un solide en rotation autour d'un axe orienté  $\Delta$  fixe dans un référentiel  $\mathcal{R}_g$  galiléen,  $J_\Delta$  le moment d'inertie de  $\mathcal{S}$  par rapport à l'axe  $\Delta$  et  $\omega_{\mathcal{R}_g}$  la vitesse de rotation autour de  $\Delta$  dans  $\mathcal{R}_g$ .

Le produit de  $J_\Delta$  et de la dérivée temporelle de  $\omega_{\mathcal{R}_g}$  est égal au moment résultant par rapport à l'axe  $\Delta$  des seules forces *extérieures* :

$$J_\Delta \left( \frac{d\omega_{\mathcal{R}_g}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_g} = \mathcal{M}_{\text{ext}/\Delta}.$$

## Modèle

**Définition : Pendule pesant**

Un pendule pesant est un solide en rotation sous l'effet de son poids autour d'un axe fixe.

## Actions exercées

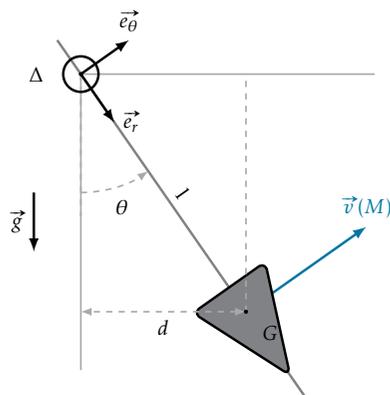
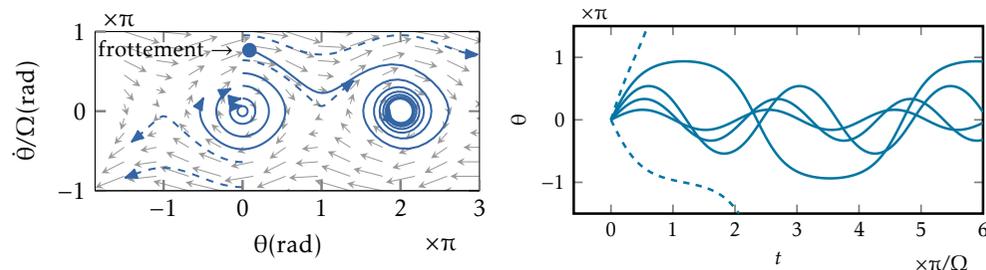
**Moment du poids**

L'action de la pesanteur sur un système  $\mathcal{S}$  de masse  $m$  peut être décrite comme une force  $\vec{P} = m\vec{g}$  appliquée **au centre d'inertie**  $G$  du système, c'est-à-dire telle que son moment résultant par rapport à un point  $O$  quelconque est  $\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{P}) = \vec{OG} \wedge \vec{P}$ .

**Travail et énergie potentielle du poids d'un solide**

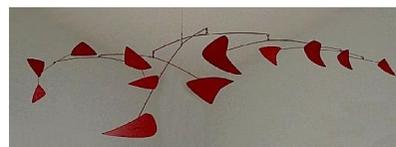
Le travail élémentaire des forces de pesanteur exercées sur un solide de masse  $m$ , dont l'altitude  $z$  du centre d'inertie varie de  $dz$ , est  $\delta W = -mg dz$ . On peut donc leur associer l'énergie potentielle de pesanteur :

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = mgz + \text{cste.}$$

**Équation différentielle d'évolution****Synthèse****Équilibre d'un solide en rotation****Équilibre d'un solide en rotation**

Les positions **d'équilibre** d'un solide  $\mathcal{S}$  en rotation autour d'un axe fixe  $\Delta$  sont celles où le **moment résultant** en  $\Delta$  des forces extérieures qui lui sont appliquées est **nul**.

Dans le cas d'un pendule pesant sans frottement, le **centre d'inertie**  $G$  est à **l'aplomb de l'axe**  $\Delta$  quand  $\mathcal{S}$  est à l'équilibre. La position d'équilibre est **stable** si  $G$  est « au-dessous » de l'axe  $\Delta$ .

**Dispositif****Fil de torsion idéal**

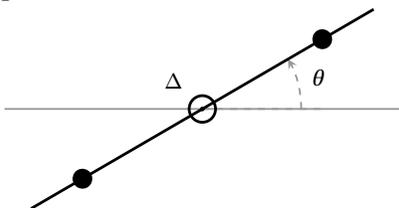
On considère un fil de torsion tendu d'extrémités  $O$  et  $A$ , le vecteur unitaire  $\vec{e}$  dirigé de  $O$  vers  $A$  et on fixe un solide  $\mathcal{S}$  en  $O$ .

Quand le solide  $\mathcal{S}$  a tourné d'un angle  $\theta$  autour de l'axe  $\Delta = (OA)$  orienté par  $\vec{e}$  par rapport au fil non tordu, le fil exerce sur  $\mathcal{S}$  un **couple de rappel**  $\mathcal{C}_\Delta$ .

Le fil est dit idéal s'il existe une constante positive  $K$ , dite **de torsion**, telle que :

$$\mathcal{C}_\Delta = -K\theta,$$

## Équation différentielle d'évolution



## Équation canonique harmonique

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} + K\theta = 0.$$

mouvement harmonique, de pulsation  $\Omega = \sqrt{K/J}$ .

## Force centrale

## Définition : Définition

La force  $\vec{F}$  à laquelle est soumis un point matériel situé au point  $M$  d'un référentiel  $\mathcal{R}$  est dite **centrale** s'il existe un point  $O$  fixe de  $\mathcal{R}$  tel que  $\vec{F}$  reste toujours colinéaire à  $\vec{OM}$  au cours du mouvement de  $M$ .

## Conservation du moment cinétique et planéité

## Théorème : Conservation du moment cinétique et planéité

Soit un point matériel soumis à une force centrale de centre  $O$  fixe dans un référentiel galiléen  $\mathcal{R}_g$ .

- Le **moment cinétique en  $O$** ,  $\vec{\sigma}_{IO}(M) = \sigma_O \vec{e}_z$ , est **conservé**.
- La trajectoire est **inscrite dans le plan orthogonal à  $\vec{\sigma}_{IO}(M)$**  passant par  $O$ , ie le plan défini par la position et la vitesse initiales. On a donc :

$$\vec{\sigma}_{IO}(M) = m \vec{r}_0 \wedge \vec{v}_0 = mr^2 \dot{\theta} \vec{e}_z.$$

## Constante des aires

## Définition : Vitesse aréolaire

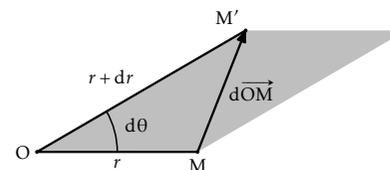
Soit un point  $M$  animé d'un mouvement plan repéré en coordonnées polaires  $(r, \theta)$  de centre  $O$ . On définit la vitesse aréolaire  $v_A$  comme la dérivée par rapport au temps de l'aire  $A$  balayée par le rayon vecteur  $\vec{OM}$ ,  $v_A = \frac{dA}{dt}$ .

## Théorème : Constante des aires

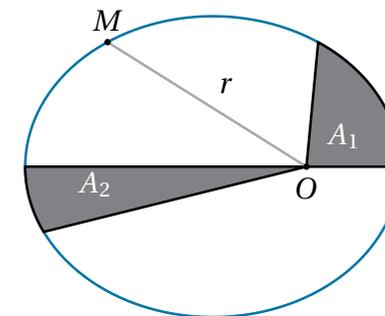
On a  $v_A = \frac{1}{2} r^2 \dot{\theta} = \sigma_O / (2m)$ . Dans un mouvement à force centrale la vitesse aréolaire est donc une constante, nommée **constante des aires** :

- l'aire balayée pendant une durée  $\Delta t$  par le rayon vecteur  $\vec{OM}$  est proportionnelle à  $\Delta t$ ,
- en particulier, le mouvement de  $M$  autour de  $O$  s'effectue toujours dans le même sens.

## Illustration



$dA$  est la moitié de l'aire du parallélogramme



Les aires  $A_1$  et  $A_2$  balayées pendant un même intervalle de temps sont égales.

## Énergie cinétique

**$\mathcal{E}_c$  d'un solide en rotation autour d'un axe fixe**

Soit un solide  $\mathcal{S}$  en rotation à la vitesse angulaire  $\omega_{\mathcal{R}}$  par rapport à un axe  $\Delta$  fixe dans un référentiel  $\mathcal{R}$  et  $J_{\Delta}$  le moment d'inertie de  $\mathcal{S}$  par rapport à l'axe  $\Delta$ .

L'énergie cinétique  $\mathcal{E}_{c\mathcal{R}}$  de  $\mathcal{S}$  dans  $\mathcal{R}$  est :

$$\mathcal{E}_{c\mathcal{R}} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_{\Delta}^2.$$

**Théorème : de l'énergie de l' $\mathcal{E}_c$  pour un solide en rotation autour d'un axe fixe**

La dérivée temporelle de l'énergie cinétique  $\mathcal{E}_{c\mathcal{R}_g}(\mathcal{S})$  d'un **solide** en rotation à la vitesse angulaire  $\omega_{\mathcal{R}_g}$  autour d'un axe orienté  $\Delta$  **fixe** dans un référentiel galiléen  $\mathcal{R}_g$  est égale à la seule puissance des **actions extérieures**. En notant  $\mathcal{M}_{\text{ext}/\Delta}$  leur moment résultant par rapport à l'axe  $\Delta$ , on a :

$$\left( \frac{d\mathcal{E}_{c\mathcal{R}_g}(\mathcal{S})}{dt} \right)_{\mathcal{R}_g} = \mathcal{M}_{\text{ext}/\Delta} \omega_{\mathcal{R}_g}.$$

De même, la variation d'énergie cinétique du solide entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$  est égale au seul travail des **actions extérieures** :

$$\Delta \mathcal{E}_{c\mathcal{R}_g}(\mathcal{S}) = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{M}_{\text{ext}/\Delta} \omega_{\mathcal{R}_g} dt.$$

**Puissance et travail des actions****Puissance et travail d'un moment sur un solide en rotation**

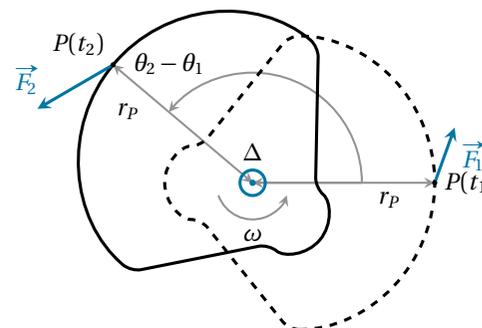
Soit un solide  $\mathcal{S}$  en rotation autour d'un axe  $\Delta$  orienté fixe dans un référentiel  $\mathcal{R}$  à la vitesse angulaire  $\omega_{\mathcal{R}}$  soumis à un moment  $\mathcal{M}_{/\Delta}$  par rapport à l'axe  $\Delta$ .

La puissance du moment  $\mathcal{M}_{/\Delta}$  est :

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}}(\mathcal{M}_{/\Delta}) = \mathcal{M}_{/\Delta} \omega_{\mathcal{R}}.$$

Son travail, quand le solide effectue une rotation de l'angle  $\theta_1$  à l'angle  $\theta_2$  entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$  est :

$$W_{\mathcal{R}}(\mathcal{M}_{/\Delta}) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mathcal{M}_{/\Delta} \omega_{\mathcal{R}} dt.$$

**Illustration****Moment conservatif****Moment conservatif**

Un moment  $\mathcal{M}_{\Delta}$  par rapport à un axe  $\Delta$  orienté subi par un solide en rotation autour d'un axe fixe  $\Delta$  est conservatif si et seulement si  $\mathcal{M}_{\Delta}$  ne dépend que de l'angle  $\theta$  autour de l'axe  $\Delta$  dans un référentiel  $\mathcal{R}$  et est en particulier indépendant du temps et de la vitesse de rotation  $\omega_{\mathcal{R}}$  autour de l'axe  $\Delta$ .

**Énergie potentielle d'un pendule de torsion**

Le couple d'un pendule de torsion est conservatif, d'énergie potentielle associée :

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = \frac{1}{2}K\theta^2,$$

avec  $K$  la constante de torsion et  $\theta$  l'angle de torsion par rapport au repos.

**Énergie mécanique****Énergie mécanique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe**

On définit l'énergie mécanique  $\mathcal{E}_{m\mathcal{R}}$  d'un solide en rotation, dans un référentiel  $\mathcal{R}$ , autour d'un axe  $\Delta$  fixe :

$$\mathcal{E}_{m\mathcal{R}} = \mathcal{E}_{c\mathcal{R}} + \mathcal{E}_{\text{pot}}(\theta) = \frac{1}{2}J_{\Delta}\omega^2 + \mathcal{E}_{\text{pot}}(\theta).$$

**Théorème****Théorème : de l' $\mathcal{E}_m$  pour un solide en rotation autour d'un axe fixe**

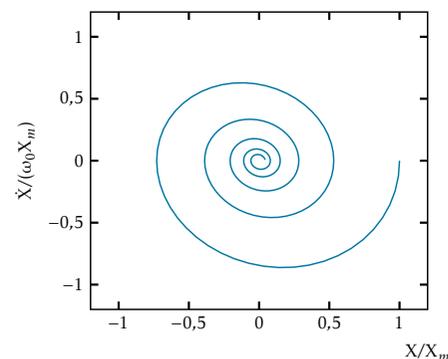
Dans un référentiel galiléen  $\mathcal{R}_g$ , la variation de l'énergie mécanique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est égale au *seul travail des actions extérieures non conservatives*.

En notant  $\mathcal{P}_{\text{ext,nc}}$  leur puissance, on a à chaque instant :

$$\left( \frac{d\mathcal{E}_{m\mathcal{R}_g}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_g} = \mathcal{P}_{\text{ext,nc}}.$$

**Pendule de torsion****Intégrale première du mouvement**

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_{\text{pot}} = \text{cste} = \frac{1}{2}J_{\Delta}\omega^2 + \frac{1}{2}K\theta^2.$$



Indispensable

**Indispensable**

- vitesse de rotation d'un solide en rotation autour d'un axe fixe
- définition des moments (cinétique et d'une force), bras de levier, paramètre d'impact
- expression du moment cinétique par rapport à un axe à l'aide du moment d'inertie pour un solide
- propriétés générales du moment d'inertie
- théorèmes du moment cinétique pour un point matériel, loi pour un solide
- théorèmes de l'énergie cinétique/mécanique pour un solide
- intégrales premières du pendule pesant et du pendule de torsion